



Master Physique des Matériaux, Mécanique, Modélisation Numérique (P3M)

2016/2017

Étude expérimentale de la structure à l'impact d'un jet de fluide non-newtonien

Alexandre ANTONIOTTI

Rapport de stage

28juin2017

Tuteurs de stage : Anselmo SOEIRO-PEREIRA Romain CASTELLANI Rudy VALETTE

Table des matières

| Liste des symboles | | | | | | | |
|--------------------|--|--|----|--|--|--|--|
| In | trod | uction | 1 | | | | |
| 1 | Etat de l'art sur les jets de suspensions denses | | | | | | |
| | 1.1 | Instabilités newtoniennes | 2 | | | | |
| | 1.2 | Les suspensions denses | 4 | | | | |
| | 1.3 | Objectifs | 5 | | | | |
| 2 | Méthodologie | | | | | | |
| | 2.1 | Méthodes | 5 | | | | |
| | 2.2 | Matériaux utilisés | 6 | | | | |
| | 2.3 | Les incertitudes et variabilité des mesures | 6 | | | | |
| 3 | Théorie du jet newtonien en régime inertiel | | | | | | |
| | 3.1 | Cinématique et dynamique du jet | 8 | | | | |
| | 3.2 | Théorie de l'enroulement du fluide à l'impact | 10 | | | | |
| | 3.3 | Adimensionnement des paramètres à l'impact | 12 | | | | |
| | 3.4 | Effondrement du monticule | 12 | | | | |
| 4 | Résultats et analyses | | | | | | |
| | 4.1 | Rayon du monticule à l'impact dans le cas newtonien | 13 | | | | |
| | 4.2 | Fréquence d'enroulement et d'effondrement du monticule | 14 | | | | |
| | 4.3 | Rayon et fréquence d'enroulement dans le cas de suspensions denses | 15 | | | | |
| Co | onclu | isions et perspectives | 17 | | | | |
| Re | Références | | | | | | |

Liste des symboles

Alphabet grec

| $\Delta \gamma_F$ | Déformation en fléxion | Sans dimension |
|-----------------------|--|---|
| $\Delta \gamma_T$ | Déformation en torsion | Sans dimension |
| $\Delta \gamma_{spi}$ | r_{re} Déformation global | Sans dimension |
| $\dot{\gamma}$ | Tenseur taux de déformation | s ⁻¹ |
| η | Viscosité dynamique | Pa·s |
| η_{in} | Viscosité initiale du fluide sans l'ajout de charges | Pa·s |
| η_{total} | Viscosité finale du fluide après l'ajout de charges | Pa·s |
| ν | Viscosité cinématique | $m^2 \cdot s^{-1}$ |
| Ω | Vitesse angulaire | $\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{\text{-1}}$ |
| Ω^* | Vitesse angulaire adimensionnée | Sans dimension |
| ϕ | Fraction volumique | Sans dimension |
| ρ | Masse volumique | ${ m kg}{ m \cdot}{ m m}^{-3}$ |
| ρ_{liq} | Masse volumique de l'huile silicone | $kg \cdot m^{-3}$ |
| ρ_{par} | Masse volumique des charges | ${ m kg}{ m \cdot}{ m m}^{-3}$ |
| au | Tenseur des contraintes | Pa |
| Alph | abet romain | |
| Δt_{coll} | a_{apse} Période de chute du monticule | s |
| Δt_{spin} | $_{re}$ Temps de formation d'une spire de fluide | S |
| \dot{E}_c | Variation de l'énergie cinétique au cours du temps | Watt |
| \dot{W} | Puissance dissipée par les effets visqueux | Watt |
| a_0 | Rayon de la filière | m |
| a_1 | Rayon du jet à l'impact | m |
| d | Diamètre de la filière | m |
| f_{collap} | $_{ose}$ fréquence de chute du monticule | s^{-1} |
| g | Accélération gravitationnelle | $m \cdot s^{-2}$ |
| Η | Hauteur de chute | m |
| Q | Débit volumique | $\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{\text{-1}}$ |
| R | Rayon du monticule à l'impact | m |
| R^* | Rayon du monticule adimensionné | Sans dimension |
| R_e | Nombre de Reynolds | Sans dimension |
| U_0 | Vitesse d'injection du fluide dans le canal | ${ m m}{\cdot}{ m s}^{-1}$ |

Introduction

La chute de jets de fluides visqueux tombant sur une surface est l'un des phénomènes les plus élégants de la mécanique des fluides. Ces phénomènes dits d'instabilité de flambage cachent une physique d'une étonnante complexité malgré leur apparente simplicité. La photo ci-dessous en montre deux beaux exemples : enroulement en spirale pour une huile silicone (figure 1a) et repliement périodique pour une nappe de chocolat fondu (figure 1b).



FIGURE 1 – Instabilités de flambage dans les fluides visqueux. (a) Enroulement d'un filet d'huile de silicone. (b) Repliement périodique d'une nappe de chocolat fondu [1]

Il est intéressant d'étudier ces phénomènes d'un point de vue académique de par leur complexité, mais également d'un point de vue appliqué. En effet, leur gamme d'application va du remplissage des boosters de la fusé Ariane et de récipients dans l'industrie agro-alimentaire jusqu'à la dynamique du manteau terrestre avec les écoulements de magma [1]. Au cours de ce projet, on étudiera en premier lieu les jets de fluides visqueux newtoniens, maintenant bien décrits dans la littérature. La partie expérimentale de ce travail consiste dans un premier temps à retrouver les mêmes comportement que ceux décrit dans la littérature puis d'étudier l'effondrement du monticule formé après enroulement du fluide visqueux, ce qui nécessite une bonne compréhension des phénomènes de base qui interviennent lors de l'écoulement puis de l'enroulement du fluide. Par la suite, nous nous consacrerons aux jets de suspensions denses. Ces fluides sont composés d'une phase solide (grains, particules) dans une phase liquide et leur rhéologie reste encore aujourd'hui assez mal comprise. En effet, dès que la fraction volumique de solide dans la suspension atteint une valeur critique elles présentent alors en écoulement un comportement fortement non-newtonien (contrainte seuil, rhéoépaississement, ségrégation), ce qui pose des problèmes dans certains procédés industriels. Par exemple, le piégeage de bulles d'air lors de l'effondrement du monticule formé par les spires de fluide visqueux (figure 1a), ainsi q'un éventuel gradient de concentration entre le cœur du jet et sa surface, ce qui entraine une inhomogénéité du produit final. Les caractéristiques de l'écoulement dans ce cas, sont très difficiles à prédire, et il existe donc une forte demande de compréhension et de modélisation de tels jets.

1 Etat de l'art sur les jets de suspensions denses

L'enroulement d'un filament visqueux percutant une surface est une instabilité de la mécanique des fluides étudiée aussi bien numériquement qu'expérimentalement. Cette section a pour but de rappeler les mécanismes physiques qui interviennent lors de l'apparitions de ces instabilités. Pour cela, on se placera d'abord dans le cas de jets de fluides newtoniens indispensable pour comprendre les mécanismes de base qui régissent la physique de ces instabilités. Par la suite, une fois l'aspect newtonien bien compris, on se placera dans le cas de jet de fluides complexes, comme les suspensions denses.

1.1 Instabilités newtoniennes

L'étude des instabilités newtoniennes se fait en laboratoire par l'extrusion d'un fluide de masse volumique ρ , viscosité cinématique $\nu = \eta/\rho$ (η étant la viscosité dynamique du fluide) et un coefficient de tension de surface γ , à travers un orifice de diamètre $d = 2a_0$ à un débit volumique constant $Q = \pi a_0^2 U_0$, avec U_0 la vitesse d'injection du fluide dans le canal. Le fluide tombe ensuite sur une surface située à une distance H de l'orifice et le rayon de la colonne de fluide ainsi formé diminue généralement sous l'effet de la gravité et a pour valeur à l'impact a_1 . Le jet vient généralement former des spires avec une fréquence angulaire Ω comme illustré sur la figure 2.



FIGURE 2 – Shéma typique d'un jet [2].

Ribe et ses collaborateurs ont décrit dans un article de revue récent [2] une diversité de régimes d'enroulement lorsqu'on fait varier les paramètres expérimentaux qui interviennent lors de l'écoulement du fluide. Cette diversité de comportements est due à l'opposition de

trois forces, qui sont les forces visqueuses, gravitationnelles et inertielles. L'équilibre entre ces forces conduit à l'apparition de quatre régimes d'enroulement distincts comme présentés sur la figure 3.



FIGURE 3 – Les quatre régimes d'enroulement observés relatifs aux fluides newtoniens visqueux [2] : Visqueux (V), gravitationel (G), pendulaire (P), inertiel (I).

Ces différents régimes sont représentés en fonction de nombres adimensionnés qui permettent de délimiter la zone de prédominance des différentes forces mises en jeu pendant la chute du fluide. On observe dans l'ordre des hauteurs de chute adimensionnées (voir annexe 1) : le régime visqueux (V), où la gravité et l'inertie sont négligeable devant les forces visqueuses qui vont contrôler l'enroulement ; le régime gravitationnel (G) où les forces visqueuses vont être équilibrées par la gravité qui engendre un mouvement de balancier, le jet s'amincit sous son propre poids avant de s'enrouler ; le régime inertiel (I) pour des vitesses d'impact importantes, dans lequel les forces de viscosité et de masse sont négligeables devant l'inertie ; et enfin il existe un dernier régime intermédiaire complexe car très instable (il possède différentes branches sélectionnant la longueur sur laquelle le jet fléchit avant de s'enrouler). On le nomme le régime pendulaire (P). Les différents régimes cités dans la figure 3 ont été déterminés dans [2] à l'aide d'un modèle faisant intervenir 12 inconnues (3 composantes de vitesses, rotations, forces et moments) dans des équations couplées d'ordre 12. La résolution numérique de ce système complexe aboutit à des lois d'échelle qui nous donnent la fréquence d'enroulement Ω et le rayon R en fonction des paramètres expérimentaux.

$$\Omega_v \simeq \frac{Q}{a_1^2 H} \qquad R_v \simeq \frac{H}{\pi} \tag{1}$$

$$\Omega_G \simeq \left(\frac{gQ^3}{\nu a_1^8}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad R_G \simeq \frac{1}{\pi} \left(\frac{Q\nu}{g}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{2}$$

$$\Omega_I \simeq \left(\frac{Q^4}{\nu a_1^{10}}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad R_I \simeq \frac{1}{\pi} \left(\frac{\nu a_1^4}{Q}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{3}$$

Lors de ce projet on se placera exclusivement en régime inertiel car, d'un point de vue industriel, ce régime est le plus intéressant. En effet, l'intérêt dans ce domaine est d'atteindre des cadences de production toujours plus élevées et donc d'utiliser les débits les plus importants. La complexité de l'étude de ces jets s'accroit encore davantage lorsque le matériau qui s'écoule est non-newtonien, par exemple dans le cas de suspensions denses. Cette complexité pose de nombreux problèmes dans les procédés faisant intervenir ce genre de matériau, avec des instabilités difficiles à prédire.

1.2 Les suspensions denses

Les suspensions denses possèdent une rhéologie pouvant être assez complexe à décrire [3]. A faible vitesse de cisaillement on observe généralement un comportement rhéofluidifiant. Souvent, il y a également la présence d'une contrainte seuil nécessaire pour mettre en écoulement le fluide. Pour les hautes vitesses de cisaillement, dans le cas ou la concentration en particule est assez élevée, un phénomène de rhéoépaississement se produit. On peut distinguer, selon [4] :

- Le rhéoépaississement continu : le degré auquel la viscosité augmente avec la vitesse de ciaillement dépend de la fraction volumique des particules solides, généralement autour de 0.3 < \$\phi\$ < 0.4 pour les suspensions de sphères dures. A ces concentrations de particules, l'augmentation de la viscosité est relativement faible et est associée dans la littérature à la création de "clusters" gênant l'écoulement (courbe verte sur la figure 4).
 Le rhéoépaississement discontinu : lorsque la fraction volumique de particules dans un
- liquide dépasse 50%, l'augmentation de la viscosité peut être brutale. Ce phénomène est associé à la création de chaînes de contact entre particules, lorsqu'elles se trouvent en situation confinée (courbe rouge sur la figure 4).



FIGURE 4 – Croquis des différents régimes possibles de contrainte de cisaillement τ en fonction de la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour les suspensions [4].

Les jets de suspensions denses sont fréquemment rencontrées dans différents domaines industriels, dès que leurs fractions volumiques de solide devient élevée, ces suspensions présentent un comportement en écoulement fortement non-newtonien, ce qui pose problème dans de nombreux procédés avec l'apparition d'instabilités liées à leur écoulement. Il existe donc actuellement une forte demande industrielle de compréhension et de modélisation de ces jets.

1.3 Objectifs

L'objectif de ce stage sera dans un premier temps d'étudier le comportement de jets de fluides visqueux newtoniens et de comprendre les mécanismes de base qui régissent l'apparition des instabilités newtoniennes. On essayera également d'étudier le comportement du monticule formé par les spires de fluide à l'impact. Par la suite, on s'intéressera aux jets de suspensions denses, on essayera de mettre en évidence un comportement non-newtonien lors de l'enroulement. On pourra ensuite comparer les résultats obtenues pour les deux types de jets.

2 Méthodologie

Cette section a pour but de décrire la méthode expérimentale ainsi que les matériaux utilisés lors de ce stage pour l'étude de jets de suspensions denses.

2.1 Méthodes



FIGURE 5 – Montage expérimental

La méthode utilisée pour l'étude de tels jets consiste à faire tomber sur une surface un fluide visqueux à travers une filière. Pour cela, on dispose du montage expérimentale montré sur la figure 5, équipé d'un "contrôleur de vitesse", numéroté de 1 à 10 qui va venir appliquer un signal d'entrée à un moteur et ainsi déplacer un piston avec une certaine vitesse. Le piston en mouvement vient pousser le fluide qui est situé dans un canal cylindrique et le

faire s'extruder à un débit constant $Q = \pi a_0^2 U_0$ à travers une filière de diamètre d (avec $d = 2a_0$ et U_0 la vitesse de descente du piston). Il est nécessaire de calibrer préalablement le dispositif avant d'effectuer l'expérience, car on ne connait pas les vitesses exactes en sortie de filière nécessaires pour calculer les débits correspondants. On dispose de deux types de filières différentes, l'une avec un diamètre d = 2 mm et la seconde avec d = 3 mm. Le fluide est ensuite récupéré dans un récipient monté sur un support avec lequel on peut faire varier la hauteur de chute [30 à 70 cm]. Le tout est filmé à l'aide d'une caméra rapide de résolution 800x600 à une vitesse d'acquisition de 600 images/seconde. Le traitement des résultats se fera à l'aide du logiciel ImageJ.

2.2 Matériaux utilisés

La première partie de ce travail consiste a étudier les mécanismes qui interviennent lors de la chute d'un jet de fluide visqueux newtonien. Pour cela on dispose d'une huile silicone (PDMS) de viscosité $\eta = 330$ Pa·s et de masse volumique $\rho = 860$ kg·m⁻³. Une fois le cas newtonien traité, la deuxième partie de ce travail se porte sur l'étude de jets de suspensions denses. Pour élaborer la suspensions on dispose comme fluide suspendant d'huiles silicones (PDMS) de différentes viscosités $\eta = 330$ Pa·s, $\eta = 100$ Pa·s et de masse volumique $\rho = 860$ kg·m⁻³ auxquelles on va rajouter des charges (billes de verre) de taille $40 - 70 \ \mu$ m. La difficulté est de trouver le bon rapport entre fluide suspendant et charges pour obtenir une suspension dense capable de former des enroulements à l'impact comme observé dans le cas newtonien. En effet, après avoir utilisé différents fluides suspendant (glucose dilué, glycerol, eau), il s'est avéré que seul le PDMS permettait d'avoir des résultats satisfaisants (enroulement à l'impact). Le tableau 1 recense les différents matériaux utilisés lors des expériences et leurs propriétés.

| Fluide | η_{in} [Pa·s] | η_{total} [Pa·s] | $\rho_{liq} \; [\rm kg{\cdot}m^{-3}]$ | $\rho_{par} \; [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$ | ϕ |
|------------------|--------------------|-----------------------|---------------------------------------|---|--------|
| PDMS (newtonien) | 330 | 330 | 860 | 0 | 0 |
| Suspension 1 | 100 | 1680 | 860 | 2600 | 50 |
| Suspension 2 | 100 | 2830 | 860 | 2600 | 55 |

TABLE 1 – Tableau représentant les différents matériaux utilisés.

avec η_{in} la viscosité initiale du fluide sans l'ajout de charge, η_{total} la viscosité finale après l'ajout de charges, ρ_{liq} la masse volumique de l'huile silicone, ρ_{par} la masse volumique des charges et ϕ le fraction volumique en charges dans les suspensions définie comme le rapport entre le volume total des charges et le volume total de la suspension.

2.3 Les incertitudes et variabilité des mesures

Les incertitudes sur la mesure des paramètres expérimentaux sont :

- Incertitude de mesure de la vitesse angulaire Ω : on estime, lorsque l'on traitre les vidéos sur le logiciel ImageJ, une erreur de mesure sur le temps de l'ordre du temps entre deux images. La vitesse d'acquisition est de 600 images/seconde, ce qui correspond à une erreur sur la mesure de 0,003 seconde.
- Incertitude de mesure sur le rayon du jet a_1 et R du monticule : on estime l'erreur de mesure sur la distance de l'ordre du pixel avec ImageJ, ce qui correspond à une erreur sur la mesure de 0,1 mm. En outre ce paramètre est soumis à une certaine variabilité expérimentale comme indiqué sur la figure 6 qui représente la variation du rayon R en fonction du temps pour chaque monticule de spire formé.



FIGURE 6 – Variation du rayon R en fonction du temps lors d'une expérience. [M1-M11] représente chaque monticule et les points les rayons R.

— Incertitude de mesure sur la fréquence de chute du monticule : comme pour la fréquence d'enroulement l'erreur sur la mesure est de l'ordre d'une image, ce qui correspond à 0,003 seconde. La figure 7 montre l'évolution pour une mesure expérimental des monticules au cours du temps, avec H la hauteur de formation de chaque spire. La fréquence se déduit entre l'intervalle de formation de chaque monticule.



FIGURE 7 – Variation de la hauteur H des monticules en fonction du temps lors d'une expérience. [M1-M11] représente chaque monticule et les points les spires.

En calculant l'ecart-type pour chacun de ces paramètres, on trouve une variabilité de l'ordre de : 8 rad/s pour la fréquence d'enroulement Ω , de $2 \cdot 10^{-4}$ m pour le rayon R du monticule et de 0,3 s⁻¹ pour la fréquence d'effondrement du monticule $f_{collapse}$.

3 Théorie du jet newtonien en régime inertiel

Dans cette section on s'intéresse à l'étude théorique d'un jet de fluide visqueux newtonien dans le cas du régime inertiel. On essaye de retrouver à l'aide d'arguments physiques simples les équations capables de prédire le comportement du fluide à l'impact. Les paramètres d'entrée que l'on contrôle lors de l'expérience décrite dans la section 2 sont le débit Q, le diamètre de la filière $d = 2a_0$, la hauteur de chute H, la viscosité η du fluide et sa masse volumique ρ . Pour finalement mesurer à l'impact une valeur du rayon de la colonne de fluide a_1 , une vitesse d'enroulement Ω et un rayon R du monticule de spire formé comme décrit sur la figure 2.

3.1 Cinématique et dynamique du jet

On considère l'étirage d'un fluide newtonien incompressible sous propre poids dans un système de coordonnées cylindriques dont les trois directions principales sont r pour la direction radiale, θ la direction angulaire et z la direction d'étirage. Les composantes de la vitesse relative à chaque direction s'écrivent u_r la vitesse radiale, u_{θ} la vitesse angulaire et u_z la vitesse d'étirage du fluide. L'écoulement étant symétrique, la composante de la vitesse u_{θ} est nulle et les composantes u_r et u_z ne dépendent pas de θ . On considère la vitesse d'étirage uniforme en r et que par conséquent elle ne varie qu'en z, ce qui est raisonnable dès que l'on se trouve en dehors de la zone de gonflement en sortie de filière. Finalement le champ de vitesse s'écrit en appliquant les hypothèses : $\mathbf{u} = u_r(r,z)e_r + 0e_{\theta} + u_z(z)e_z$. La cinématique et la dynamique du jet sont régies par les équation de conservation de la masse et de quantité de mouvement qui sont :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{4}$$

$$\rho \left[\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot (\nabla \boldsymbol{u}) \right] = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \boldsymbol{g}$$
(5)

où $\nabla \boldsymbol{u}$ représente le tenseur gradient des vitesses et $\boldsymbol{\tau}$ indique le tenseur des contraintes. Le fluide étant newtonien incompressible, le tenseur des contraintes se déduit de $\boldsymbol{\tau} = -p\boldsymbol{I} + \eta \dot{\boldsymbol{\gamma}}$, p étant la pression, \boldsymbol{I} le tenseur identité et $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ le tenseur taux de déformation (où tenseur vitesse de déformation) défini comme $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = (\nabla \boldsymbol{u}) + (\nabla \boldsymbol{u})^T$.

En prenant en compte les hypothèses citées ci-dessus on peut réécrire l'équation de conservation de la masse comme :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

En intégrant avec la condition au limite $u_r = 0$ en r = 0 on en déduit :

$$u_r = -\frac{r}{2} \frac{\partial u_z}{\partial z} \tag{6}$$

On se concentre maintenant sur l'aspect dynamique de l'équation du mouvement en calculant le tenseur des contraintes τ . Pour cela on calcule le tenseur vitesse de déformation $\dot{\gamma}$ en négligeant les termes de cisaillement devant les termes d'élongation et en injectant l'équation 6, on en déduit :

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial u_z}{\partial z} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{\partial u_z}{\partial z} & 0\\ 0 & 0 & 2\frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(7)

Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\tau}$ et donc égal à :

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} -p - \eta \frac{\partial u_z}{\partial z} & 0 & 0 \\ 0 & -p - \eta \frac{\partial u_z}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & -p + 2\eta \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(8)

La surface latérale est libre de contraintes, on a donc une contrainte à la paroi qui est nulle $\tau_{\rm rr} = 0$, ce qui implique $\tau_{\rm zz} = 3\eta \frac{\partial u_z}{\partial z}$ qui n'est autre que l'équation de Trouton. Le tenseur des contraintes s'écrit maintenant :

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\eta \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(9)

Finalement en injectant l'équation 9 et ∇u simplifié dans l'équation de quantité de mouvement 5 suivant z on en déduit :

$$3\eta \frac{d^2 u_z}{dz^2} + \rho u_z \frac{d u_z}{dz} = \rho g \tag{10}$$

Pour résoudre cette équation et calculer la vitesse on se place en régime inertiel, dans lequel les forces visqueuses sont négligeables devant les forces d'inertie $(3\eta \frac{d^2u_z}{dz^2} \approx 0)$. En intégrant avec les conditions aux limites $u_z = u_{z,0}$ en z = 0 on obtient :

$$u_z = \sqrt{2gz + u_{z,0}^2}$$
(11)

L'équation 11 représente une chute libre avec une vites se initiale $u_{\rm z,0}.$

On utilise maintenant le conservation du débit au cours de la chute du fluide :

$$Q = \pi a_0^2 u_{z,0} = \pi a_1^2 u_z \tag{12}$$

En injectant l'équation 11 dans 12 on obtient :

$$a_1 = \left(\frac{2gz}{Q^2} + \frac{1}{a_0^4}\right)^{-\frac{1}{4}} \tag{13}$$

L'équation théorique 13 prédit le rayon a_1 de la colonne de fluide a l'impact en fonction des paramètres d'entrée de l'expérience. Cette équation n'est valable seulement si on se trouve en régime inertiel. On montre alors que :

$$\frac{\rho u_z \frac{du_z}{dz}}{3\eta \frac{d^2 u_z}{dz^2}} = \frac{\rho u_z}{3\eta} \tag{14}$$

En faisant une application numérique avec nos valeurs expérimentales (Fluide utilisé PDMS : $\rho = 860 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\eta = 330 \text{ Pa} \cdot \text{s}$), on trouve que l'inertie domine dès que u_z est de l'ordre de 1,2 m/s.

3.2 Théorie de l'enroulement du fluide à l'impact

L'enroulement du fluide à l'impact en régime inertiel peut être étudié à l'aide d'argument énergétiques simples. Sachant que toute l'énergie cinétique du jet est dissipée à l'impact par le travail des effets visqueux au niveau de la formation d'une spire de fluide, on peut écrire :

$$\dot{E}_c = \dot{W} = \int_V \eta \dot{\gamma}^2 \mathrm{d}V \tag{15}$$

avec E_c la variation de l'énergie cinétique associé à une certaine quantité de fluide qui tombe, \dot{W} la puissance dissipée par les effets visqueux pendant la formation des spires et $\dot{\gamma}$ le taux de déformation au niveau d'une spire. Pour simplifier l'analyse énergétique on s'intéresse par la suite à la formation d'une seule spire de fluide. La variation de l'énergie cinétique liée à la formation d'une spire s'écrit :

$$\Delta E_c = \frac{m_{spire} u_z^2}{2} \tag{16}$$

avec $m_{spire} = \rho 2\pi R \pi a_1^2$ la masse de fluide nécessaire pour la formation d'une spire. En écrivant

 u_z en fonction du débit volumique $(u_z = Q/a_1^2 \pi)$ et par la suite en divisant ΔE_c par le temps de formation d'une spire $\Delta t_{spire} = 2\pi/\Omega$ on obtient alors :

$$\dot{E}_c = \frac{\rho R Q^2 \Omega}{2\pi a_1^2} \tag{17}$$

On s'intéresse maintenant à l'énergie dissipée W par les effets visqueux lors de l'enroulement d'une spire de fluide. On se pose donc la question de savoir quelle est la déformation subie par le fluide pour s'enrouler. Cette déformation comprend des termes de torsion (au maximum un tour de l'ordre de $2\pi a_1$ sur une longueur de $2\pi R$, soit une déformation en torsion d'ordre $\Delta \gamma_T \approx a_1/R$ et de flexion extension/compression d'ordre $2\pi a_1$ autour d'une ligne neutre $2\pi R$, soit une déformation en flexion du même ordre $\Delta \gamma_F \approx a_1/R$. L'ordre global de déformation en r par spire est donc :

$$\Delta \gamma_{spire}(r) = \frac{r}{R} \tag{18}$$

En divisant l'équation 18 par le temps de formation d'une spire et en intégrant la puissance dissipée \dot{W} sur le volume d'une spire on en déduit :

$$\dot{W}_{spire} = \eta(\frac{\Omega^2 a_1^4}{4R}) \tag{19}$$

En écrivant 17 = 19 par conservation d'énergie on trouve :

$$\nu\Omega a_1^6 = Q^2 R^2 \tag{20}$$

En utilisant l'équation du débit $Q=\pi a_1^2 u_z=\pi a_1^2 \Omega R$ on en déduit R :

$$R = \frac{Q}{\pi a_1^2 \Omega} \tag{21}$$

Finalement en injectant 23 dans 20 on trouve la fréquence d'enroulement Ω et le rayon R en régime inertiel :

$$\Omega_I \approx (\frac{Q^4}{\nu a_1^{10}})^{\frac{1}{3}}$$
(22)

$$R \approx \frac{1}{\pi} (\frac{\nu a_1^4}{Q})^{\frac{1}{3}}$$
 (23)

On retombe bien sur les résultats trouvés par Ribe dans [2] dans le cas de jet de fluide visqueux newtonien en régime inertiel.

3.3 Adimensionnement des paramètres à l'impact

Les résultats théoriques trouvés dans la section 3.2 nous donnent les paramètres à l'impact Ω et R en fonction des paramètres expérimentaux. Pour mieux visualiser le comportement du jet on se propose ici d'adimensionner ces équations pour n'avoir à la fin qu'un seul paramètre qui régit le comportement du fluide à l'impact. On commence par adimensionner la fréquence d'enroulement Ω décrite par l'équation 22 section 3.2 par u_1/a_1 , avec u_1 la vitesse à l'impact et a_1 le rayon du jet. Ce qui nous donne :

$$\frac{\Omega a_1}{u_1} = \left(\frac{u_1 a_1}{\nu}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{24}$$

avec $u_1 a_1 / \nu = R_e$ à l'impact. On obtient donc une équation adimensionnée :

$$\Omega^* = (R_e)^{\frac{1}{3}} \tag{25}$$

avec Ω^* la fréquence d'enroulement adimensionnée. L'équation 25 nous donne une relation de proportionnalité entre fréquence d'enroulement et le nombre de Reynolds à l'impact. Si on connait le R_e on sera donc capable maintenant de prédire la fréquence d'enroulement à l'impact. Si R_e augmente alors la fréquence d'enroulement augmente également. De même, on peut adimensionner le rayon du monticule R équation 23 section 3.2 avec a_1 . On trouve alors :

$$R^* = (R_e)^{-\frac{1}{3}} \tag{26}$$

avec R^* le rayon du monticule adimensionné. L'équation 26 donne une relation de proportionnalité entre le rayon du monticule à l'impact et le R_e . Si R_e augmente le rapport R/a_1 diminue. En addimensionnant les paramètres à l'impact on peut maintenant les prédire avec un seul paramètre qui est le nombre de Reynolds.

3.4 Effondrement du monticule

On s'intéresse maintenant à l'étude de l'effondrement du monticule formé par les spires de fluide à l'impact. Intuitivement on peut écrire $\Delta t_{collapse} = \Delta t_{1s}N$, avec $\Delta t_{collapse}$ la période de chute de la colonne de fluide, $\Delta t_{collapse}$ période de formation d'une spire de fluide et N le nombre de spires par monticule. En prenant l'inverse de la période on en déduit la fréquence de chute du monticule :

$$f_{collapse} = f_{\Omega,1s} \frac{1}{N} \tag{27}$$

ou encore,

$$f_{collapse} = \frac{\Omega}{2\pi N} \tag{28}$$

avec $f_{\Omega,1s}$ la fréquence de formation d'une spire, $f_{collapse}$ la fréquence de chute du monticule, 1/N une constante correspondant à l'inverse du nombre de spires par monticule et Ω la fréquence d'enroulement. L'équation 27 donne la variation linéaire de la fréquence de chute du monticule avec la fréquence de formation des spires avec l'hypothèse que quand on augmente la quantité de spires par seconde on accélère la chute du monticule.

4 Résultats et analyses

Cette section a pour but de retrouver expérimentalement les mêmes comportements que ceux décris par la théorie en sections 3.3 et 3.4 dans le cas newtonien, puis de comparer les résultats obtenus dans le cas de suspensions denses.

4.1 Rayon du monticule à l'impact dans le cas newtonien



FIGURE 8 – Séquence de photo prises pour différents paramètres Q et H. (a) $Q = 1,16 \cdot 10^{-6}$ m³/s et H = 40 cm, (b) $Q = 7,60 \cdot 10^{-7}$ m³/s et H = 60 cm, (c) $Q = 1,76 \cdot 10^{-6}$ m³/s et H = 60 cm.



FIGURE 9 – Variation du rayon adimensionné en fonction du R_e . Les cercles représentent les points expérimentaux et la courbe bleue la théorie.

Dans cette section on fait chuter le fluide visqueux et on mesure expérimentalement différents rayon R du monticule et rayon a_1 du jet (figure 8) en faisant varier la hauteur de

chute H et le débit Q en sortie de filière. Par la suite, après avoir adimensionné le rayon R par a_1 , on trace sa variation en fonction du nombre de Reynolds (figure 9). Pour cela on calcule préalablement la vitesse à l'impact du jet (connaissant le débit Q et le rayon a_1 il est facile de calculer la vitesse à l'impact) correspondant à chaque essais pour évaluer la valeur du reynolds tel que définie dans la section 3.3. La figure 9 montre bien un rapport linéaire entre rayon R/a_1 et $R_e^{-1/3}$ comme prédit par la théorie (section 3.3 équation 26) représenté par la courbe bleue sur le graphique. De plus, quand on augmente R_e l'écart entre R et a_1 diminue.

4.2 Fréquence d'enroulement et d'effondrement du monticule



FIGURE 10 – Séquence de photos prise pour l'enroulement d'une spire de fluide pour des paramètres expérimentaux H = 40 cm, $Q = 1.16 \cdot 10^{-6}$ m³·s⁻¹ et d = 2 mm.



FIGURE 11 – Evolution au cours du temps d'un jet newtonien. (a) Formation de spires, (b) fléxion du monticule, (c) effondrement.

De la même manière qu'en section 4.1 et toujours dans le cas newtonien, on s'intéresse maintenant à la fréquence d'enroulement Ω et de chute du monticule. La figure 10 montre une séquence de photos qui décrit l'enroulement d'une spire. En adimensionnant ensuite Ω avec a_1/u_1 et en traçant sa variation en fonction du nombre du Reynolds on obtient alors la figure 12 (gauche). On retombe bien sur le même comportement décrit par l'équation théorique (section 3.3 équation 25). En effet on a montré par les expériences qu'il y a une relation de proportionnalité entre $\Omega a_1/u_1$ et $R_e^{1/3}$. Quand le nombre de reynolds à l'impact augmente, la fréquence d'enroulement et donc la quantité de spire par seconde augmente.

On s'intéresse maintenant à l'effondrement du monticule formé par les spires à l'impact. La figure 11 montre l'évolution d'un monticule au cours du temps. Les spires forment un monticule qui va fléchir avant de s'effondrer. Si l'on trace la fréquence de chute du monticule f_{collapse} en fonction de la fréquence d'enroulement Ω on obtient un rapport linéaire entre les deux comme illustré sur la figure 12 (droite). Les résultats expérimentaux sont donc bien en accord avec la section 3.4 équation 27. Quand on augmente la fréquence d'enroulement Ω (quantité de spire/seconde) on accélère la fréquence de chute du monticule (on augmente la quantité d'effondrement par seconde). il est également intéressant de noter que la fréquence de chute f collapse = 0,006\Omega, quand on fait un ajustement de courbe sur le graphique 12 (figure à droite). On peut en conclure en faisant l'analogie avec l'équation théorique 28 section 3.4 que le nombre de spires par monticule avant l'effondrement est égal à 26. Les expériences montrent que en moyenne on a 20 spires par monticule on a donc une différence de 6 spires qui correspond au temps de chute du premier monticule jusqu'à la formation du monticule suivant.



FIGURE 12 – Variation de $\Omega a_1/u_1$ en fonction de $R_e^{1/3}$ (figure gauche) et variation de *f collapse* en fonction de Ω (figure droite). Les cercle représentent les mesures expérimentales et la courbe en bleue la théorie.

4.3 Rayon et fréquence d'enroulement dans le cas de suspensions denses

On se place maintenant dans le cas de suspensions denses, de la même manière qu'en section 4.1 et 4.2 on fait chuter la suspensions et on mesure les paramètres expérimentaux R et Ω à l'impact. Du fait de la forte concentration en particules on observe pas dans ce cas d'effondrement du monticule mais seulement un enroulement des spires de fluide comme illustré sur la figure 13. En effet, les particules on tendance à le rendre beaucoup plus visqueux et finalement le faire s'enfoncer sous son propre poids. La figure 14 représente la variation du rayon R et de la fréquence d'enroulement Ω adimensionnés à l'impact en fonction de R_e . On a tracé sur la même courbe le cas newtonien avec le PDMS rencontré précédemment en section 4.1 et 4.2 (cercle sur la figure 14) mais également le cas de suspensions denses (PDMS+billes de verre) chargé à différentes concentrations 55% et 50% (figure 14).



FIGURE 13 – Séquence de photos représentant l'enroulemment des spires dans le cas de suspensions denses pour des conditions expérimentales $Q = 1,76 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, H = 50 cm, $\phi = 55 \text{ et } d = 3 \text{ mm}$.



FIGURE 14 – Variation de R/a_1 en fonction de $R_e^{-1/3}$ (figure gauche) et variation de $\Omega a_1/u_1$ en fonction de $R_e^{1/3}$ (figure droite). Les cercles représentent le cas newtonien (PDMS), les triangles bleus la suspension $\phi=50\%$ et les losanges rouges la suspension $\phi=55\%$.

On remarque que l'on trouve la même inclinaison pour la courbe $R/a_1 = (R_e)^{-1/3}$ dans le cas newtonien et suspensions denses car tous les points sont alignés sur la même courbe (idem pour la courbe $\Omega a_1/u_1$ en fonction de $R_e^{1/3}$). Par conséquent le fait d'ajouter des charges jusqu'à 55% n'a pas engendré de différence avec le cas newtonien pour l'enroulement à l'impact. Tout se passe comme si on avait seulement augmenté la viscosité du fluide. Les effets non-newtoniens, comme le rhéoépaississement par exemple, ne sont pas accentués car on se trouve vraisemblablement lors des expériences sur une gamme de $\dot{\gamma}$ à l'impact ou le comportement de la suspension est similaire à un fluide newtonien comme montré sur la figure 4. Une solution est d'augmenter le $\dot{\gamma}$ en augmentant la gamme de R_e dans laquelle on travail. Pour cela, il faut augmenter la vitesse à l'impact.

Conclusions et perspectives

Au cours de ce projet nous avons essayé de retrouver par une approche théorique et expérimentale les mêmes comportements observés dans la littérature [2] pour la chute d'un jet de fluide visqueux newtonien sur une surface en régime inertiel. Tout d'abord, nous avons fait une étude théorique du problème en essayant de prédire le comportement du jet en adimensionnant les paramètres à l'impact : rayon R du monticule formé à l'impact, fréquence d'enroulement Ω des spires de fluide. On s'est intéressé ensuite à la fréquence d'effondrement du monticule formé par les spires. Cela nous a permis de retrouver les mêmes comportement attendu dans la littérature [2] en comparant à chaque fois théorie et expérience. Une fois le cas de jets newtoniens traité, on s'est intéressé au cas de jets de suspensions denses. En effet, ce genre de fluide se retrouve couramment dans le milieu industriel et leur rhéologie particulière est encore aujourd'hui assez mal comprise. De plus, dans notre cas il est difficile de trouver les bonnes proportions entre fluide suspendant et particules pour observer finalement comme dans le cas newtonien un enroulement à l'impact. Les expérience ont montrés que le fait d'ajouter des particules dans la suspension à hauteur de 55% n'engendre pas de différence au niveau de l'enroulement avec le cas newtonien. Le fait d'augmenter la concentration en charge augmente simplement la viscosité de la suspensions comme d'écrit par l'équation de Krieger-Dougherty [5]. En effet la gamme de R_e $(U_1 \approx 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ dans laquelle on effectue nos expériences est trop faible pour avoir un $\dot{\gamma}$ suffisamment élevé lors de l'enroulement et par conséquent il est difficile d'observer un comportement non-newtonien (rhéoépaississement) de la suspension à l'impact. Une solution dans l'avenir, sera d'augmenter la vitesse à l'impact pour atteindre des gammes de Reynolds plus importantes et donc un $\dot{\gamma}$ à l'impact plus important.

Annexe 1

La figure 3 représente les quatre régimes d'enroulement observés dans le cas newtonien en fonction des hauteurs de chute et des fréquences d'enroulement adimensionnés. En divisant H par $H^* = (\nu^2/g)^{1/3}$ on obtient une hauteur de chute adimensionnée $H(g/\nu^2)^{1/3}$, avec $(\nu^2/g)^{1/3}$ une hauteur caractéristique du problème. En effet, si on se place dans le cas du régime inertiel (voir section 3.1) équation 11) on obtient une vitesse à l'impact de l'ordre $v^i_{impact} = (g/H)^{1/2}$, avec v^i_{impact} la vitesse du jet à l'impact en régime inertiel. Cette équation correspond à une chute libre sans vitesse initial. Dans le cas purement visqueux la vitesse à l'impact est de l'ordre $v^v_{impact} = gH^2/\nu$, avec v^v_{impact} la vitesse du jet à l'impact en régime visqueux. En faisant le rapport de ces deux vitesses on obtient :

$$(\frac{v_{impact}^{i}}{v_{impact}^{v}})^{2} = \frac{\nu^{2}}{H^{3}g}$$

On peut en déduire que $v_{impact}^i = v_{impact}^v$ si $H^3 = H^{*3} = \nu^2/g$, et que par conséquent $H^* = (\nu^2/g)^{1/3}$ est la hauteur où l'on passe en régime inertiel.

Dans le cas de la fréquence d'enroulement Ω , elle est adimensionnée par l'inverse de $(\nu/g^2)^{1/3}$ qui est le temps d'impact si on tombe de H^* en régime visqueux. En effet si on divise H^* par la vitesse à l'impact dans le cas visqueux $v_{impact}^v = gH^{*2}/\nu$ on obtient :

$$\frac{\nu}{gH^*} = (\frac{\nu}{g^2})^{\frac{1}{3}}$$

on retombe bien sur le bon terme avec la dimension d'un temps caractéristique du problème.

Références

- [1] Instabilités de flambage dans les fluides visqueux, Neil M.Ribe, Mehdi Habibi, Eléonore Stutzmann. Reflets de la physique n°11.
- [2] Liquid Rope Coiling, Neil M.Ribe, Mehdi Habibi, and Daniel Bonn, Annu. Rev. Fluid-Mech.2012.44 :249-665.
- [3] Rapport Bibliographique, Alexandre Antoniotti, 28 juin 2017
- [4] Eric Brown and Heinrich M. Jaeder, Shear thickening in concentrated suspensions : Phenomenology, mechanism and relations to jamming, Rep. Prog. Phys 77 (2014) 046602 (23pp).
- [5] Diego B. Genovese, Shear rheology of hard-sphere, dispersed, and aggregated suspensions, and filler-matrix composites. Advances in colloid and interface science 171-172 (2012) 1-16.